

## Beispiele aus Angewandter Mathematik / Regelungstechnik Limiten

Bestimmen Sie für die folgenden Funktionen die Limiten für  $x \rightarrow \infty$  und für  $x \rightarrow 0$  **ohne** dabei die Regel von de l'Hospital anzuwenden.

- a)  $f(x) = 2 / (x + 3)$
- b)  $f(x) = 3 / [(2x + 1)(x + 2)]$
- c)  $f(x) = [2x(x + 1)] / (x + 2)$
- d)  $f(x) = [4(x + 1)] / (x + 2)$
- e)  $f(x) = [x(2x + 1)] / [(x + 2)^2]$
- f)  $f(x) = [3x(2x + 1)] / (x^2 + 2)$
- g)  $f(x) = (2x + 1) / 2$
- h)  $f(x) = 1 / [2x(x + 2)]$
- i)  $f(x) = (1 + 6x) / (3 + 2x)$
- j)  $f(x) = (1 + 10x) / [(1 + 2x)(1 + x)]$
- k)  $f(x) = (2x^4 + 3x^2) / (5x^4 + 2x)$
- l)  $f(x) = (5x^3 + 2x^2 + 7x) / (2x^3 + 2x)$
- m)  $f(x) = (3x^4 + 2x^3 + 4x) / (x^3 + 2x)$

### Hinweis:

Bei den angegebenen Funktionen handelt es sich um Brüche mit Polynomen sowohl im Zähler als auch im Nenner.

Bei der Bestimmung des Limes für  $x \rightarrow \infty$  brauchen Sie sowohl im Zähler als auch im Nenner jeweils nur jenen Summanden des Polynoms mit der höchsten Potenz von  $x$  berücksichtigen.

Bei der Bestimmung des Limes für  $x \rightarrow 0$  bringt in vielen Fällen bereits das Einsetzen von  $x = 0$  das gewünschte Ergebnis. Sollte dies einen unbestimmten Wert liefern, dann brauchen Sie zur Bestimmung des Limes sowohl im Zähler als auch im Nenner jeweils nur jenen Summanden des Polynoms mit der niedrigsten Potenz von  $x$  berücksichtigen.

Suchen Sie nach Abkürzungen, um nicht die gesamten Ausdrücke zu Polynomen ausmultiplizieren zu müssen.

### Lösungen:

- |  |  |
|--|--|
| a) $x \rightarrow \infty$ : <b>0</b>                   | $x \rightarrow 0$ : <b>2/3</b>                 |
| b) $x \rightarrow \infty$ : <b>0</b>                   | $x \rightarrow 0$ : <b>3/2</b>                 |
| c) $x \rightarrow \infty$ : <b><math>\infty</math></b> | $x \rightarrow 0$ : <b>0</b>                   |
| d) $x \rightarrow \infty$ : <b>4</b>                   | $x \rightarrow 0$ : <b>2</b>                   |
| e) $x \rightarrow \infty$ : <b>2</b>                   | $x \rightarrow 0$ : <b>0</b>                   |
| f) $x \rightarrow \infty$ : <b>6</b>                   | $x \rightarrow 0$ : <b>0</b>                   |
| g) $x \rightarrow \infty$ : <b><math>\infty</math></b> | $x \rightarrow 0$ : <b>1/2</b>                 |
| h) $x \rightarrow \infty$ : <b>0</b>                   | $x \rightarrow 0$ : <b><math>\infty</math></b> |
| i) $x \rightarrow \infty$ : <b>3</b>                   | $x \rightarrow 0$ : <b>1/3</b>                 |
| j) $x \rightarrow \infty$ : <b>0</b>                   | $x \rightarrow 0$ : <b>1</b>                   |
| k) $x \rightarrow \infty$ : <b>2/5</b>                 | $x \rightarrow 0$ : <b>0</b>                   |
| l) $x \rightarrow \infty$ : <b>5/2</b>                 | $x \rightarrow 0$ : <b>7/2</b>                 |
| m) $x \rightarrow \infty$ : <b><math>\infty</math></b> | $x \rightarrow 0$ : <b>2</b>                   |